

ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ, БУДІВЛІ ТА СПОРУДИ

УДК 624.012.4

ОПТИМІЗАЦІЯ ПОСИЛЕННЯ КАМ'ЯНОЇ КЛАДКИ СТАЛЕВОЮ ОБОЙМОЮ

О.Є.ЯНІН – к.т.н., доцент, Херсонський ДАУ

У практиці будівництва часто виникає необхідність реконструювати старі будинки з метою їхнього пристосування до нового функціонального призначення. Для цього в ряді випадків потрібно зводити надбудови, що приводить до збільшення навантаження на існуючі несучі елементи кам'яної кладки (стовпи, простінки). З метою підвищення несучої здатності, їх беруть в обойму. Для значного підвищення міцності елемента кладки прямокутного поперечного перерізу, може бути використана сталева обойма. В умовах ринкової економіки особливу актуальність набуває проектування конструкцій, що вимагають мінімальних витрат матеріалу. Тому розглянемо підходи до розрахунку посилення позацентрово-стиснутого елемента кам'яної кладки економічною сталевною обоймою з мінімальною витратою сталі.

Умова несучої здатності позацентрово-стиснутого елемента кам'яної кладки, посиленого сталевною обоймою має вигляд (формула (7.3) [2])

$$N \leq m_g \varphi_1 \psi \left[\left(\gamma_k R + \eta \frac{2.5\mu}{1 + 2.5\mu} \frac{R_{s\omega}}{100} \right) hb + R_{sc} A'_s \right] \quad (1)$$

де m_g - коефіцієнт, який враховує вплив тривалого навантаження
 φ_1 - коефіцієнт, який визначають за формулою (15) [1];

ψ , η - коефіцієнти, які визначають відповідно за формулами (7.4) та (7.5) [2];

γ_k - коефіцієнт умов роботи кладки;

R - розрахунковий опір не посиленої кладки стиску;

h , b - відповідно висота та ширина поперечного перерізу;

$R_{s\omega}$ - розрахунковий опір розтягу поперечних елементів;

R_{sc} - розрахунковий опір стиску поздовжніх елементів.

Відсоток армування за об'ємом поперечними елементами

$$\mu = \frac{2A_{s\omega}(h+b)}{hbs} 100\% , \quad (2)$$

де $A_{s\omega}$ - площа поперечного перерізу поперечного елемента;

s - крок поперечних елементів по висоті.

При розв'язанні задачі проектування обойми невідомими будуть:

A'_s - площа поперечного перерізу поздовжніх елементів;

μ - відсоток армування за об'ємом поперечними елементами.

Ці величини підбирають виходячи з рівності лівої та правої частин умови несучої здатності (1), тобто з рішення рівняння:

$$N = m_g \varphi_1 \psi \left[\left(\gamma_k R + \eta \frac{2.5\mu}{1 + 2.5\mu} \frac{R_{s\omega}}{100} \right) hb + R_{sc} A'_s \right]. \quad (3)$$

Через те, що рівняння одне, а невідомих – два, задача має нескінченно велику кількість рішень. Тому доцільно розглянути можливість вибору такого рішення, яке відповідає мінімальному об'єму сталі обойми. При цьому прийнято, що усі елементи обойми виконані зі сталі одного класу.

Цільова функція V складена для витрат сталі (в см^3) на поздовжні та поперечні елементи обойми за об'ємом у межах довжини елемента, яка дорівнює s

$$V = 2(h + b)A_{s\omega} + sA'_s. \quad (4)$$

Виражаємо $A_{s\omega}$ з формули (2) і підставляємо у формулу (4)

$$V = 2(h + b) \frac{\mu h b s}{2(h + b)100} + sA'_s = \frac{\mu h b s}{100} + sA'_s. \quad (5)$$

Об'єм сталі на поздовжні та поперечні елементи обойми у межах одиниці довжини елемента кам'яної кладки (в см^2)

$$V_1 = \frac{V}{s} = \frac{\mu h b}{100} + A'_s. \quad (6)$$

З рівняння (3)

$$A'_s = \frac{N}{R_{sc} m_g \varphi_1 \psi} - \frac{\gamma_k R h b}{R_{sc}} - \frac{2.5\mu}{1 + 2.5\mu} \frac{\eta R_{s\omega} h b}{100 R_{sc}} = C - D \frac{2.5\mu}{1 + 2.5\mu}, \quad (7)$$

де

$$C = \frac{N}{R_{sc} m_g \varphi_1 \psi} - \frac{\gamma_k R h b}{R_{sc}}; \quad (8)$$

$$D = \frac{\eta R_{s\omega} h b}{100 R_{sc}}. \quad (9)$$

Підставляючи A'_s з формули (7) в формулу (6), отримаємо цільову функцію об'єму сталі на обойму у межах одиниці довжини елемента, яка залежить від одного невідомого змінного аргументу μ

$$V_{1(\mu)} = \frac{\mu h b}{100} + C - D \frac{2.5\mu}{1 + 2.5\mu} = \frac{\mu h b}{100} + C - D + \frac{D}{1 + 2.5\mu}. \quad (10)$$

Досліджуємо цільову функцію (10) на екстремум та знаходимо

таке значення μ , при якому вона мінімальна.

Перша похідна цільової функції по μ

$$\frac{d}{d\mu}[V_{1(\mu)}] = \frac{bh}{100} - \frac{2.5D}{(1+2,5\mu)^2}. \quad (11)$$

Прирівнюємо першу похідну нулю, розв'язуємо отримане рівняння та знаходимо такі значення $\mu = \mu_{\text{екстр}}$, при яких функція $V_{1(\mu)}$ має екстремум:

$$\frac{bh}{100} - \frac{2.5D}{(1+2,5\mu)^2} = 0; \mu_{\text{екстр}} = \frac{1}{2.5} \left(\pm \sqrt{\frac{250D}{bh}} - 1 \right). \quad (12)$$

Відсоток армування не може бути менше нуля. Тому, будемо використовувати тільки корінь рівняння, який відповідає знаку "плюс" перед радикалом.

З урахуванням (9)

$$\mu_{\text{екстр}} = \frac{1}{2.5} \left(\sqrt{\frac{250 \eta R_{s\omega} hb}{100 R_{sc}}} - 1 \right) = \frac{1}{2.5} \left(\sqrt{2.5 \frac{\eta R_{s\omega}}{R_{sc}}} - 1 \right). \quad (13)$$

Друга похідна цільової функції $V_{1(\mu)}$ по μ

$$\frac{d^2}{d\mu^2}[V_{1(\mu)}] = \frac{d}{d\mu} \left[\frac{bh}{100} - \frac{2.5D}{(1+2,5\mu)^2} \right] = 2 \frac{2.5^2 D}{(1+2,5\mu)^3}. \quad (14)$$

Якщо $\mu_{\text{екстр}} > 0$, то $\frac{d^2}{d\mu^2}[V_{1(\mu_{\text{екстр}})}] = 2 \frac{2.5^2 D}{(1+2,5\mu_{\text{екстр}})^3} > 0$.

Отже, при $\mu = \mu_{\text{екстр}}$ функція $V_{1(\mu)}$ має мінімум, тобто витрати стали на об'єму мінімальні.

Площу поперечного перерізу поздовжніх елементів об'єму при $\mu = \mu_{\text{екстр}}$ можна знайти з формули (7).

Задачу знаходження $\mu_{\text{екстр}}$ можна вирішити за допомогою комп'ютерної програми **MathCAD**. Для наочності побудований графік цільової функції $V_{1(\mu)}$ при наступних вихідних даних: $R=0,7\text{МПа}$; $R_{s\omega}=140\text{МПа}$; $R_{sc}=191\text{МПа}$; $h=64\text{см}$; $b=51$ (рис.1). Цей графік має мінімум, який відповідає $\mu_{\text{екстр}}$.

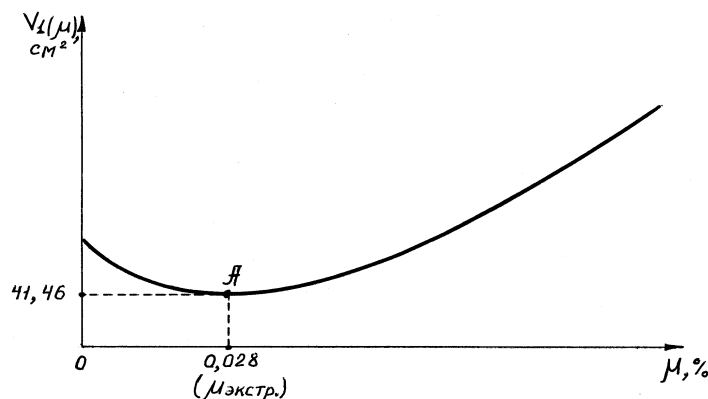


Рисунок 1. Графік цільової функції $V_{1(\mu)}$

Значення $\mu_{\text{екстр}}$ можна визначити, використовуючи можливості програми **MathCAD**. Для цього за допомогою функцій **Given** та **Find** виконується чисельне розв'язання рівняння $\frac{d}{d\mu}[V_{1(\mu)}]=0$ відносно μ .

Можна також за допомогою операторів **Minerr** (мінімальна помилка) та **Find** знайти таке значення μ , при якому цільова функція $V_{1(\mu)}$ мінімально відрізняється наприклад від нуля. Очевидно, що знайдене значення μ відповідає екстремуму (мінімуму) цільової функції $V_{1(\mu)}$ і дорівнює $\mu_{\text{екстр}}$. Для його обчислення необхідно з мінімальною помилкою розв'язати рівняння $V_{1(\mu)}=0$.

Наведена методика дозволяє визначити оптимальний відсоток армування за об'ємом поперечними елементами, що відповідає мінімальній витраті стали. Використання комп'ютерної програми MathCAD може значно полегшити обчислення і наочно у вигляді графіків подати їхні результати.

ЛІТЕРАТУРА:

1. СНиП II-22-81. Каменные и армокаменные конструкции /Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1983. – 40 с.
2. Вахненко П.Ф. Кам'яні й армокам'яні конструкції. – К.: Урожай, 1995. – 224 с.

УДК 624.01

ТЕНЗОР НАПРУЖЕНЬ І ГУСТИНА ЕНТРОПІЇ ПРИ ДІЇ СИЛ І ТЕМПЕРАТУРИ НА БЕТОН КОНСТРУКЦІЇ

М.Г.ЧЕКАНОВИЧ – к.т.н., доцент., Херсонський ДАУ

Часто математичну модель роботи бетону під навантаженням представляють у вигляді степеневого поліному [1-3]. Традиційно перший член поліному описує пружну роботу бетону і пов'язаний з модулем пружності матеріалу. Інші члени враховують пластичну і псевдо пластичну роботу бетону. Значення коефіцієнтів поліному визначають на основі експериментальних даних. На сьогодні така модель роботи бетону недостатньо теоретично обґрунтована і не враховує тривісне навантаження і температурний вплив. Тому необхідно дати теоретичне пояснення щодо представлення моделі бетону степеневим рядом і одержати залежності тензора напружень і густини ентропії при дії сил і температури на бетон в конструкції.

Розглянемо бетон як нелінійне термopружне середовище [4]. Для такого середовища значення вільної енергії Гельмгольца F залежить від тензора деформацій ϵ_{ij} і температури T . В цілому цей термодинамічний потенціал визначається різницею внутрішньої енергії (U) та добутком термодинамічної температури (T) і енергії (s).

$$F = U - Ts \tag{1}$$

Робота системи в урівноваженому ізотермічному процесі рівна зменшенню енергії Гельмгольца. Самочинно такий ізотермічний процес направлений на зменшення енергії Гельмгольца.

Нехай в початковому стані бетонного середовища, віддаленому від зон фазових переходів і порушень суцільності

$$\varepsilon_{ij,T} = 0; \quad T = T_0; \quad F(0,T) = 0; \quad \sigma_{ij}(0,T_0) = 0; \quad S(0,T_0) = 0 \quad (2)$$

В околиці точки фазового простору $\varepsilon_{ij} = 0; T = T_0$ густину вільної енергії Гельмгольца можна розкласти в ряд Тейлора для функції двох змінних

$$F(\varepsilon_{ij}, T) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + 2 \frac{\partial F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij} \frac{\partial F(0, T_0)}{\partial T} (T - T_0) + \frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial T^2} (T - T_0)^2 \right) +$$

$$+ \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} + 3 \frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \frac{\partial F(0, T_0)}{\partial T} (T - T_0) + \right.$$

$$\left. + 3 \frac{\partial F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij} \frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial T^2} (T - T_0)^2 + \frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial T^3} (T - T_0)^3 \right) +$$

$$+ \frac{1}{24} \left(\frac{\partial^4 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn} \partial \varepsilon_{rs}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} \varepsilon_{rs} + 4 \frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} \frac{\partial F(0, T_0)}{\partial T} (T - T_0) + \right.$$

$$\left. + 6 \frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial T^2} (T - T_0)^2 + \right.$$

$$\left. + 4 \frac{\partial F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij} \frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial T^3} (T - T_0)^3 + \frac{\partial^4 F(0, T_0)}{\partial T^4} (T - T_0)^4 \right) \quad (3)$$

В залежності (3) зробимо такі позначення:

$$\frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} = A_{ijkl}; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} = B_{ijklmn}; \quad \frac{1}{6} \frac{\partial^4 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn} \partial \varepsilon_{rs}} = C_{ijklmnr};$$

$$\frac{\partial F^2(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial T} = \gamma_{ijT}; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial T} = \gamma_{ijklT}; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial T^2} = \gamma_{ijTT};$$

$$\frac{1}{6} \frac{\partial^4 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn} \partial T} = \gamma_{ijklmnT}; \quad \frac{1}{4} \frac{\partial^4 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial T^2} = \gamma_{ijklTT}; \quad \frac{1}{6} \frac{\partial^4 F(0, T_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial T^3} = \gamma_{ijTTT};$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 F(0, T_0)}{\partial T^2} (T - T_0)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 F(0, T_0)}{\partial T^3} (T - T_0)^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 F(0, T_0)}{\partial T^4} (T - T_0)^4 = F_0(T - T_0)$$

В результаті одержимо:

$$\begin{aligned}
 F_0(\varepsilon_{ij}, T) = & \frac{1}{2} A_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + \frac{1}{3} B_{ijklmn} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} + \frac{1}{4} C_{jklmnr} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} \varepsilon_{rs} + \\
 & + \gamma_{ijT} \varepsilon_{ij} (T - T_0) + \gamma_{ijklT} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} (T - T_0) + \gamma_{ijTT} \varepsilon_{ij} (T - T_0)^2 + \\
 & + \gamma_{ijklmnT} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} (T - T_0) + \gamma_{ijklTT} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} (T - T_0)^2 + \gamma_{ijTTT} \varepsilon_{ij} (T - T_0)^3 + \\
 & + F_0(T - T_0)
 \end{aligned} \tag{5}$$

З рівняння (4) за формулами:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial F(\varepsilon_{ij}, T)}{\partial \varepsilon_{ij}} \tag{6}$$

$$i \quad S = - \frac{\partial F(\varepsilon_{ij}, T)}{\partial T} \tag{7}$$

визначимо тензор напруг:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ij} = & A_{ijkl} \varepsilon_{kl} + B_{ijklmn} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} + C_{jklmnr} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} \varepsilon_{rs} + \\
 & + \gamma_{ijT} (T - T_0) + 2\gamma_{ijklT} \varepsilon_{kl} (T - T_0) + \gamma_{ijTT} (T - T_0)^2 + \\
 & + 3\gamma_{ijklmnT} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} (T - T_0) + \gamma_{ijklTT} \varepsilon_{kl} (T - T_0)^2 + \gamma_{ijTTT} (T - T_0)^3
 \end{aligned} \tag{8}$$

i густину ентропії:

$$S = - \left(\begin{aligned} & \gamma_{ijT} \varepsilon_{ij} + \gamma_{ijklT} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + 2\gamma_{ijTT} \varepsilon_{ij} (T - T_0) + \\ & + \gamma_{ijklmnT} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} + 2\gamma_{ijklTT} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} (T - T_0) + 3\gamma_{ijTTT} \varepsilon_{ij} (T - T_0)^2 + \\ & + \frac{\partial F_0(T - T_0)}{\partial T} \end{aligned} \right) \tag{9}$$

У випадку постійної температури ($T=T_0$) одержимо рівняння для анізотропного нелінійного пружного середовища в такому вигляді:

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl} \varepsilon_{kl} + B_{ijklmn} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} + C_{jklmnr} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} \varepsilon_{rs} \tag{10}$$

Тут A_{ijkl} , B_{ijkmn} і C_{ijkmnr} - коефіцієнти пружності

При осьовому ізотермічному навантаженні рівняння (10) спрощується:

$$\sigma_{11} = A_{11} \varepsilon_{11} + B_{11} \varepsilon_{11} \varepsilon_{11} + C_{11} \varepsilon_{11} \varepsilon_{11} \varepsilon_{11} \tag{11}$$

або

$$\sigma = A\varepsilon + B\varepsilon^2 + C\varepsilon^3 \tag{12}$$

Останнє рівняння за формою співпадає з поліномом моделі бетону, що традиційно використовується в уточнених розрахунках залізобетонних конструкцій [2,3].

Таким чином, виходячи з енергетичних принципів в значній мірі вдалося підтвердити обґрунтованість моделі бетону на основі степеневого поліному третього порядку і одержати узагальнене вирішення для тензора напруг і густини ентропії за умов тривісного навантаження та температурного впливу.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Walraven J. : Challenges for new materials in concrete structures. Proceedings of the XIII-th FIP Congress on Challenges for concrete in the Next Millennium, 23-29 May 1998, Amsterdam, vol. 1, pp.3-8.
2. Гольшев А.Б. .Бачинский В.Я., Полищук В.П., Харченко А.В., Руденко И.В. Проектирование железобетонных конструкций – К.: Будівельник, 1990.- 544 с.
3. Чеканович М.Г. Інтерпретація повної діаграми стиску та критерій міцності важкого бетону / Вісник Сумського національного аграрного університету, Вип. 7.-Суми: СДАУ, 2002. - С. 77 – 84.
4. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980, С. 19 – 95.