

Література:

1. Прочность. Устойчивость. Колебания /Под ред. И.А.Бюргера и Я.Г.Пановко. – М.: Машиностроение, том 3, 1968.
2. Кириченко В.Л. Свободные колебания трехслойных пластин, подкрепленных ребрами жесткости //Труды первой республиканской конференции молодых ученых по механике твердого деформируемого тела. – К., 1969.
3. Блейх Ф., Мелан Е. Уравнения в конечных разностях статики сооружений /ДНТВУ, научно-техническое издательство Украины - Харьков, 1936.

УДК 624.014

ОПТИМІЗАЦІЯ ВИСОТИ СТАЛЕВОЇ ЗВАРНОЇ ДВОТАВРОВОЇ БАЛКИ НА ДІЛЯНКАХ БІЛЯ ОПОР

О.Є.ЯНІН - к.т.н., доцент, Херсонський ДАУ

В умовах ринкової економіки достатньо актуальним стає зменшення витрат матеріалу на будівельні конструкції. За їх масового серійного виготовлення економічний ефект, отриманий за рахунок економії матеріалу, може зіграти важливу роль. Тому доцільно розглянути можливість проектування сталевих зварних балок, виходячи з мінімальних витрат сталі.

Розглянемо однопролітну шарнірно-обперту балку, завантажену рівномірно-розподіленим лінійним навантаженням (рис.1).

Припустимо, що її складений двотавровий поперечний переріз підібраний по максимальному згинальному моменту посередині прольоту (M_{max}) із умови міцності за нормальними напруженнями [1]. Із віддаленням від середини прольоту до опор згинальні моменти (M) зменшуються. Отже, зменшується потрібний момент опору

$$W_{нотр} = \frac{M}{R_y \gamma_c}, \quad (1)$$

де R_y – розрахунковий опір сталі стиску, розтягу та згину за межею текучості;

γ_c – коефіцієнт умов роботи.

Тому, з метою економії сталі можна зменшувати розміри поперечного перерізу балки на приопорних ділянках. Це досягається зокрема за рахунок зменшення її висоти (h).

Виходячи з умови міцності на зріз, прийнята висота балки на опорі повинна задовольняти умові [2]

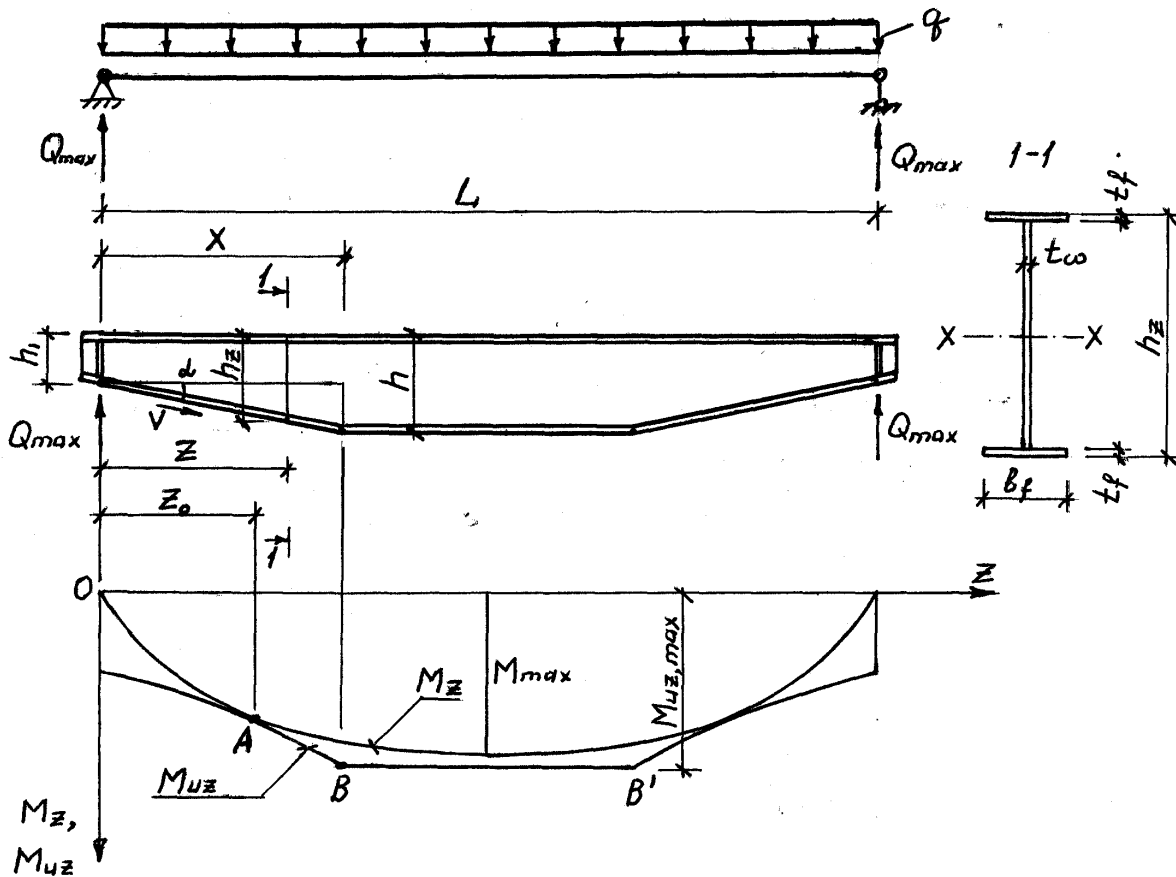


Рисунок 1. Схема балки

$$h_1 \geq \frac{nQ_{\max}}{R_s \gamma_c t_w} = h_{s,\min} \quad (2)$$

де R_s – розрахунковий опір сталі на зріз;

$h_{s,\min}$ – мінімальна висота балки із умови міцності на зріз.

Якщо розрізна балка опирається на нижче розташовану конструкцію за допомогою опорного ребра, привареного до торця, то в опорному поперечному перерізі дотичні напруження сприймає тільки стінка і $n=1,5$.

Якщо опорне ребро заведено між полками на деякій відстані від торця, то в опорному поперечному перерізі дотичні напруження сприймає як стінка, так і полиці. Тоді $n=1,5$.

З рис.1 видно, що висота балки на відстані Z від опори

$$h_z = h_1 + VZ, \quad (3)$$

де $V = \tan \alpha$ нахил нижнього поясу балки на при опорних ділянках.

Несуча здатність балки (максимальний згинальний момент, який може сприйняти поперечний переріз) на відстані Z від опори

$$M_{uz} = W_z R_y \gamma_c, \quad (4)$$

де W_z – момент опору поперечного перерізу на відстані Z від опори;

$$W_z = \frac{I_z}{0.5h_z}; \quad (5)$$

I_z – відповідний момент інерції;

$$I_z = \frac{t_\omega h_z^3}{12} + 2b_f t_f \left(\frac{h_z}{2}\right)^2. \quad (6)$$

Формула для I_z є наближеною, так як у ній прийнято, що $h_\omega \approx h$.
Тоді

$$M_{uz} = R_y \gamma_c \left(\frac{t_\omega h_z^2}{6} + b_f t_f h_z \right) \quad (7)$$

З урахуванням формули (3)

$$M_{uz} = R_y \gamma_c \left[\frac{t_\omega (h_1 + VZ)^2}{6} + b_f t_f (h_1 + VZ) \right]. \quad (8)$$

При фіксованому h_1 та зменшенні нахилу нижнього поясу V , витрати сталі на балку знижуються. Тому слід знайти найменше значення V , при якому в будь-якому місці за довжиною балки була б забезпечена міцність за нормальними напруженнями, тобто виконана умова

$$\frac{M_z}{W_z} \leq R_y \gamma_c \quad (9)$$

або

$$M_z \leq W_z R_y \gamma_c = M_{uz}, \quad (10)$$

де M_z – згинальний момент від розрахункового навантаження на відстані Z від опори;

$$M_z = \frac{1}{2} qZ(L - Z). \quad (11)$$

З'ясуємо як виглядає графік функції M_{uz} . Для цього знаходимо її першу та другу похідні

$$\frac{dM_{uz}}{dZ} = R_y \gamma_c \left[\frac{t_\omega (h_1 + VZ)V}{3} + b_f t_f V \right]; \quad (12)$$

$$\frac{d^2 M_{uz}}{dZ^2} = R_y \gamma_c \frac{t_\omega V^2}{3}. \quad (13)$$

За будь-якого $Z > 0$ друга похідна $\frac{d^2 M_{uz}}{dZ^2} > 0$. Тому графік функції M_{uz} є вгнутий у відношенні до вертикальної осі ординат, яка направлена вниз (див. рис.1). Графік функції M_z є випуклий у відношенні до тієї ж осі тому що $\frac{d^2 M_z}{dZ^2} = -q < 0$ за будь-якого Z .

З формули (8) випливає, що за фіксованого Z та зменшенні V , M_{uz} зменшується. Це означає, що графік функції M_{uz} наближається до горизонтальної осі абсцис мірою зниження V .

При цьому можна знайти таке значення $V=V_0$, за якого графік функції M_{uz} доторкнеться графіка функції M_z у деякій точці A на відстані Z від опори. У цій точці буде виконуватись рівність

$$M_{uz}=M_z. \quad (14)$$

Із графіків функцій M_{uz} та M_z (перший – вгнутий, а другий – випуклий) випливає, що у решті точок довжиною балки буде виконуватись умова міцності за нормальними напруженнями

$$M_z \leq M_{uz}. \quad (15)$$

Якщо далі зменшувати V (тобто приймати $V < V_0$), то у точці A M_{uz} стане менше, ніж M_z , тобто міцність забезпечена не буде. Тому значення $V=V_0$, за якого у точці A $M_z=M_{uz}$ є мінімально допустимим та відповідає мінімуму витрат сталі за фіксованої висоти балки на опорі h_1 .

Коли обидва графіки доторкаються один до іншого у точці A , їх перші похідні у цій точці однакові:

$$\frac{dM_z}{dZ} = \frac{dM_{uz}}{dZ}. \quad (16)$$

Розв'язавши спільно рівняння (14) і (16), можна знайти мінімально допустиме значення $V=V_0$ та величину $Z=Z_0$. Відповідна система двох рівнянь з двома невідомими V_0 та Z_0 має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} q Z_0 (L - Z_0) = R_y \gamma_c \left[\frac{t_\omega (h_1 + V_0 Z_0)^2}{6} + b_f t_f (h_1 + V_0 Z_0) \right] \\ \frac{1}{2} q (L - 2Z_0) = R_y \gamma_c \left[\frac{t_\omega (h_1 + V_0 Z_0) V_0}{3} + b_f t_f V_0 \right] \end{cases}. \quad (17)$$

Після її розв'язання отримаємо:

$$V_0 = \frac{qL}{2R_y \gamma_c b_f t_f} \left[(1+p) - \sqrt{(2+p)(p+Q_1)} \right], \quad (18)$$

$$Z_0 = \frac{0,5qL - R_y \gamma_c V_0 b_f t_f (1+p)}{\frac{1}{3} R_y \gamma_c t_\omega V_0^2 + q}, \quad (19)$$

$$\text{де } p = \frac{h_1 t_\omega}{3b_f t_f}; \quad Q_1 = \frac{4R_y \gamma_c h_1 b_f t_f}{qL^2}. \quad (20)$$

Розв'язання системи рівнянь (17) у загальному вигляді являє собою достатньо складну алгебраїчну задачу. Спростити його можна за допомогою комп'ютерної програми MathCAD. Для цього слід застосувати команди Given та Find.

За деякого значення $Z=X$ (див.рис.1) висота балки h_z буде дорів-

нювати величині h , яка отримана при підборі поперечного перерізу посередині прольоту по максимальному згинальному моменту. Тоді (див. формулу (3))

$$h_z = h_1 + V_0 X = h; \quad (21)$$

$$X = \frac{h - h_1}{V_0}. \quad (22)$$

За $Z > X$ висота балки залишається постійною та дорівнює h . Тому і несуча здатність балки між точками В та В' у середній частині прольоту буде постійною та рівною

$$M_{uz, \max} = R_y \gamma_c \left[\frac{t_\omega h^2}{6} + b_f t_f h \right]. \quad (23)$$

Ця величина небагато більша за M_{\max} , тому що підбір розмірів поперечного перерізу виконується з деяким запасом міцності.

Висота балки на опорі h_1 , яка задовольняє умові міцності на зріз (див. формулу (2)), може приймати різні значення. Тому можна спробувати знайти таке з них, при якому витрати сталі на балку будуть мінімальними. Для цього слід задатися рядом значень h_1 з деяким кроком, і при кожному з них знайти свої значення V_0 та X , які відповідають доторканню графіків функцій M_{uz} та M_z .

Функція витрат сталі на половину балки має вигляд:

$$m_\sigma = \rho_{ст} \left\{ t_\omega \left[(h - 2t_f) \left(\frac{L}{2} - X \right) + X \left(\frac{h + h_1}{2} - 2t_f \right) \right] + b_f t_f \left[L - X + \sqrt{X^2 + (h - h_1)^2} \right] \right\} \quad (24)$$

де $\rho_{ст}$ – питома вага сталі.

Задача була розв'язана за допомогою комп'ютерної програми MathCAD за контрольних вихідних даних. Побудований графік залежності m_σ від h , який має чітко виражений мінімум. Його загальний вигляд наведений на рис.2.

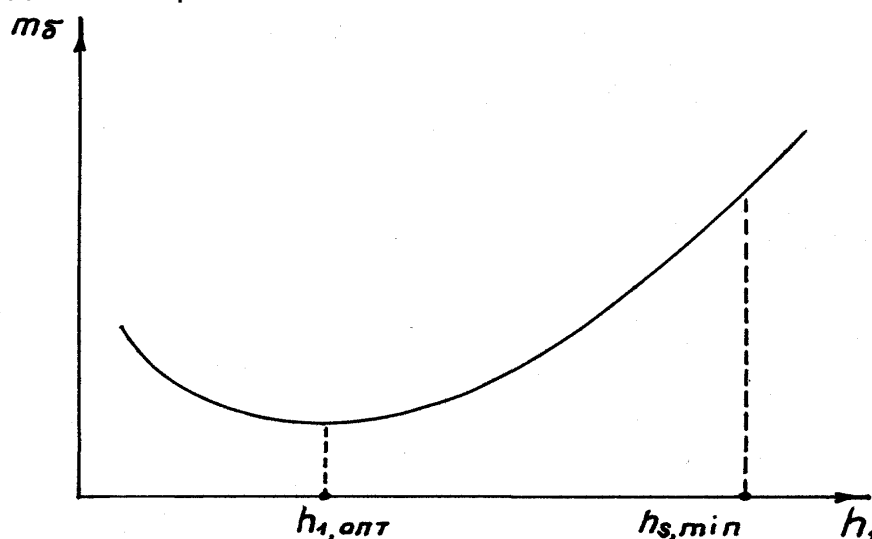


Рисунок 2. Загальний вигляд графіку залежності m_σ від h

Якщо значення h_1 , що відповідає цьому мінімуму ($h_{1,опт}$) менше за мінімальну висоту балки з умови міцності на зріз (див. формулу (2)),

$$h_{s,min} = \frac{nQ_{max}}{R_s \gamma_c t_\omega}, \quad (25)$$

то, як видно з графіка, мінімальним витратам сталі відповідає $h_1 = h_{s,min}$ (приймати $h_1 < h_{s,min}$ не можна). У протилежному випадку мінімальним витратам сталі відповідає $h_1 = h_{1,опт}$.

Ефективність зменшення висоти балки на ділянках біля опор тим більша, чим менше $h_{s,min}$ порівняно з h , тобто чим менше відношення

$$k = \frac{h_{s,min}}{h}. \quad (26)$$

У цьому випадку графік функції несучої здатності балки M_{uz} буде розташований ближче до епюри згинальних моментів від розрахункового навантаження M_z (див. рис 1), що відповідає меншим витратам сталі.

З'ясуємо, за яких параметрів балки коефіцієнт "К" є відносно невеликий. У відповідності з традиційним підходом висоту балки посередині прольоту знаходять, виходячи з мінімуму витрат сталі за формулою [3]

$$h = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \lambda_\omega W_{номп}}, \quad (27)$$

де λ_ω – задана постійна гнучкість стінки;

$W_{потр}$ – потрібний момент опору з умови міцності за нормальними напруженнями;

$$W_{номп} = \frac{M_{max}}{R_y \gamma_c} = \frac{qL^2}{8R_y \gamma_c}, \quad (28)$$

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8}. \quad (29)$$

З формул (27) та (28) отримаємо

$$h = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \lambda_\omega \frac{qL^2}{8R_y \gamma_c}}. \quad (30)$$

З урахуванням того, що

$$Q_{max} = \frac{qL}{2} \text{ та } t_\omega = \frac{h}{\lambda_\omega} \quad (31)$$

з формули (25) маємо

$$h_{s,min} = \frac{nqL}{2R_s \gamma_c} \frac{\lambda_\omega}{h}. \quad (32)$$

Підставляємо $h_{s,min}$ та h у формулу (26)

$$k = \frac{h_{s,\min}}{h} = \frac{nqL}{2R_s \gamma_c} \frac{\lambda_\omega}{h^2} = 2n^3 \sqrt{\frac{4 q R_y^2 \lambda_\omega}{9 L R_s^3 \gamma_c}} \quad (33)$$

Із формули (33) видно, що чим менше лінійне навантаження q та гнучкість стінки λ_ω та чим більше проліт L , тим K менше. Тому, зменшення висоти балки на ділянках біля опор рекомендується за відносно малих навантажень та гнучкостях стінки та відносно великих прольотів.

Установлено, що чим менше n , тим менше K . Тому опорний вузол балки рекомендується конструювати таким чином, щоб опорне ребро не приварювалось до торця (коли $n=1.5$), а було заведене між полицями на деякій відстані від торця (коли $n=1.2$).

Література:

1. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции /Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 96 с
2. Металлические конструкции. Общий курс: Учебник для вузов /Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Ведеников и др.; Под. общ. ред. Е.И. Беленя. 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1986. – 560 с., ил.
3. Муханов К.К. Металлические конструкции. Учебник для вузов. Изд. 3-е, испр. и доп. М., Стройиздат, 1978. 572 с.

УДК 624.01

НЕТРАДИЦІЙНЕ ВИРІШЕННЯ РІВНЯНЬ РІВНОВАГИ НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

М.Г.ЧЕКАНОВИЧ - к.т.н., доцент, Херсонський ДАУ

У розрахунках залізобетонних елементів, де використовуються рівняння рівноваги, традиційно оперують напруженнями в перерізах [1,2]. Але самі рівняння рівноваги фактично включають вирази питомої роботи бетону. Тому логічно було б оперувати більш загальним фізичним поняттям питомої роботи в розрахунках. Розглянемо такий підхід на прикладі розрахунку нормальних перерізів залізобетонних елементів.

Як відомо, роботу деформації одиничного об'єму можна подати у вигляді:

$$dw = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}; \quad (1)$$

де σ_{ij} – компоненти тензора напружень, $d\varepsilon_{ij}$ – компоненти тензора деформацій.

Для складного напруженого стану роботу можна представити че-