ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ, БУДІВЛІ ТА СПОРУДИ

УДК 624.073.4.

СТІЙКІСТЬ ТРИШАРОВОЇ КРУГОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ, ЯКА ПІДКРІПЛЕНА ПОЗДОВЖНІМИ РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ ЗА УМОВ ТИСНЕННЯ

Т.А.ЄМЕЛЬЯНОВА – пошукувач, Херсонський ДАУ

Розглядається кругова циліндрична оболонка з легким ізотропним заповнювачем, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості, розташованими на однаковій відстані один від одного, за умов тиснення. Для зовнішніх шарів оболонки приймаються гіпотези Кірхгофа-Лява, для заповнювача - лінійний закон зміни тангенціальних переміщень товщиною. Поперечні деформації заповнювача не враховуються. Для ребер приймаються гіпотези Бернуллі та враховується тільки згин ребер у вертикальній площині.

Варіаційним шляхом, використовуючи принцип можливих переміщень, отримані диференціальні рівняння стійкості ділянки оболонки, замкненої між ребрами, а також умови лініями ребер та краями оболонки [1].

Диференційні рівняння стійкості ділянки оболонки, розташованої між ребрами, будуть мати вигляд:

$$\nabla^4\Phi+\frac{\overline{B}d^2}{Rdx^2}(\varphi-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\varphi)=0 \qquad (1)$$

$$\nabla^4\varphi-\frac{1d^2\Phi}{RD*dx^2}+\frac{q_0R}{2D*}(\frac{d^2}{dx^2}+2\frac{d^2}{dy^2})(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2)\varphi=0 \qquad (2)$$

$$\psi-\frac{1-\mu}{2G_3}Bh\nabla^2\psi=0 \qquad (3)$$

Систему рівнянь (1) і (2) можна привести до одного розвязуючого рівняння, якщо впровадити в розгляд функцію F (x,y) та прийняти:

$$\varphi = \nabla^4 F; \quad \varPhi = -\frac{\overline{B} d^2}{R dx^2}(1 - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2)F \tag{4}$$

Підставляючи вираз (4) у рівняння (1), переконуємося, що воно перетворюється в тотожність. Підставляючи вираз (4) в рівняння (2), отримуємо рівняння для находження розв'язуючої функції F.

$$\begin{gathered}\nabla^4\nabla^4 F + \frac{\overline{B} d^4}{R^2 D^* dx^4}(1 - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2)F + \\ + \frac{q_0 R}{2D^*}(\frac{d^2}{dx^2} + 2\frac{d^2}{dy^2})(1 - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2)\nabla^4 F = 0\end{gathered} \tag{5}$$

Рішення рівняння (5) шукаємо у вигляді:

$$F = f_1(y) \quad \sin\frac{n\pi}{a}x \tag{6}$$

де: а – довжина оболонки.

Підставляючи вираз (6) у рівняння (5), отримуємо диференціальне рівняння, яке визначає функцію $f_1(y)$.

$$\left[\frac{n^4\pi^4}{a^4} f_1 \frac{n^2\pi^2}{a^2} f_1^{ii}(y) + f_1^{iv}(y)\right]\times$$

$$\left[\frac{n^4\pi^4}{a^4} f_1 \frac{n^2\pi^2}{a^2} f_1^{ii}(y) + f_1^{iv}(y) + \frac{q_0 R}{2D^*}\left(-\frac{n^2\pi^2}{a^2} f_1(y) + 2 f_1^{ii}(y)\right)\right.$$

$$\begin{gathered}\left.\left(f_1(y) + \frac{Bhn^2\pi^2}{G_3 a^2} f_1(y) - \frac{Bh}{G_3} f_1^{ii}(y)\right)\right] + \\ \frac{\overline{B} n^4\pi^4}{R^2 D^*}\left[f_1(y) + \frac{Bhn^2\pi^2}{G_3 a^2} - \frac{Bh}{G_3} f_1^{ii}(y)\right] = 0\end{gathered} \tag{7}$$

Рішення рівняння (7) шукаємо у вигляді:

$$f_1(y) = e^{\eta y} \tag{8}$$

Підставляючи вираз (8) у рівняння (7), приходимо до слідуючого характеристичного рівняння:

$$\left(\eta^2-\frac{n^2\pi^2}{a^2}\right)^2\left[\left(\eta^2-\frac{n^2\pi^2}{a^2}\right)^2+\frac{q_0R}{2D*}\left(-\frac{n^2\eta^2}{a^2}+2\eta^2\right)\left(1+\frac{Bhn^2\pi^2}{G_3a^2}-\frac{Bh}{G_3}\eta^2\right)\right]+$$

$$+\frac{\overline{B}n^4\eta^4}{R^2D*a^4}\left[1+\frac{Bhn^2\pi^2}{G_3a^2}-\frac{Bh}{G_3}\eta^2\right]=0$$

або якщо впровадити позначення

$$\alpha^2=\frac{(1-\mu^2)R^2}{H^2};\quad K_0=\frac{Bh}{G_3R^2};\quad \beta=R\eta;\quad \alpha^n=\frac{n\pi R}{a};\quad m_g=\frac{q_0R^3}{2D*};$$

можна записати характеристичне рівняння у вигляді:

$$\left(\beta^2-\alpha_n^2\right)^4+\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta^2\right)\right]\left[\alpha^2\alpha_n^4-m_g\left(\alpha_n^2-2\beta^2\right)\left(\beta^2-\alpha_n^2\right)^2\right]\qquad(9)$$

або

$$\left(1-2K_0m_g\right)\beta^8+\left(2m_g+7K_0m_g\alpha_n^2+4\alpha_n^2\right)\beta^2+\left(6\alpha_n^4-5m_g\alpha_n^2-9K_0m_g\alpha_n^4\right)\beta^4+$$

$$+\left(4m_g\alpha_n^4+5K_0m_g\alpha_n^6-4\alpha_n-K_0\alpha^2\alpha_n^4\right)\beta^2+\left(\alpha_n^8+\alpha^2\alpha_n^6-m_g\alpha_n^6-K_0m_g\alpha_n^8\right)=0$$

або

$$\beta^8+\frac{m_g(2+7K_0\alpha_n^2)-4\alpha_n^2}{1-2K_0m_g}\beta^6+\frac{\alpha_n^2\left[6\alpha_n^2-m_g(5+9K_0\alpha_n^2)\right]}{1-2K_0m_g}\beta^4+$$

$$\frac{\alpha_n^4\left[m_g(4-5K_0\alpha_n^2)-4\alpha_n^2-K_0\alpha^2\right]}{1-2K_0m_g}\beta^2+\frac{\alpha_n^4\left[\alpha_n^4(1+K_0\alpha_n^2)(\alpha^2-m_g\alpha_n^2)\right]}{1-2K_0m_g}=0$$

Або, якщо позначити: $m_g=\dfrac{g_0R^3}{D*}$, отримаємо:

$$\beta^8+\frac{m_g(1+3{,}5K_0\alpha_n^2)-4\alpha_n^2}{1-K_0m_g}\beta^6+\frac{\alpha_n^2-m_g(2{,}5+4{,}5K_0\alpha_n^2)}{1-K_0m_g}\beta^4+$$

$$\frac{\alpha_n^4\left[m_g(2+2{,}5K_0\alpha_n^2)-4\alpha_n^2-K_0\alpha^2\right]}{1-K_0m_g}\beta^2+\frac{\alpha_n^4\left[\alpha_n^4+(1+K_0\alpha_n^2)(\alpha^2-0{,}5m_g\alpha_n^2)\right]}{1-K_0m_g}=0$$

Впровадимо такі позначення:

$$\beta^2=Z;\quad C_1=\frac{m_g(1+3{,}5K_0\alpha_n^2)}{1-K_0m_g};\quad C_2=\frac{\alpha_n^2-m_g(2{,}5+4{,}5K_0\alpha_n^2)}{1-K_0m_g};$$

$$C_3=\frac{\alpha_n^4\left[m_g(2+2{,}5K_0\alpha_n^2)-4\alpha_n^2-K_0\alpha^2\right]}{1-K_0m_g};C_4=\frac{\alpha_n^4\left[\alpha_n^4+(1+K_0\alpha_n^2)(\alpha^2-0{,}5m_g\alpha_n^2)\right]}{1-K_0m_g}.$$

Тоді: $Z^4+C_1Z^3+C_2Z^2+C_3Z+C_4=0$ (10)

Припускаючи, що корні β_i будуть дійсними, функцію $f_1(y)$ можна записати у вигляді:

$$f_1(y) = A_1 sh\beta_1 y + A_2 ch\beta_1 y + A_3 sh\beta_2 y + A_4 ch\beta_2 y + A_5 sh\beta_3 y + \\ + A_6 ch\beta_3 y + A_1 ch\beta_3 y + A_8 ch\beta_4 y. \qquad (12)$$

Рішення рівняння (3) можна записати у вигляді:

$$\psi = f_2(y)\cos\frac{n\pi}{a}x \qquad (12)$$

Підставляючи вираз (12) у рівняння (3), отримаємо диференційне рівняння для визначення функції $f_2(y)$. Розв'язуючи це рівняння, отримаємо:

$$f_2(y) = A_9 sh\beta_5 y + A_{10} ch\beta_5 y. \qquad (13)$$

Умови лініями ребер мають вигляд:

$$\left(\frac{d^2\Phi}{dxdy}\right)_{y=+0} + \left(\frac{d^2\Phi}{dxdy}\right)_{y=-0} = \frac{B_p}{2B(1-\mu^2)}\left(\frac{d^3\Phi}{dxdy^2} - \mu\frac{d^3\Phi}{dx^3}\right)_{y=0};$$

$$(\vartheta_\alpha)_{y=+0} = -(\vartheta_\alpha)_{y=-0}; \left(\frac{d\psi}{dy} - \frac{d\psi}{dx}\right)_{y=+0} = -\left(\frac{d\varphi}{dy} - \frac{d\psi}{dx}\right)_{y=0};$$

$$\left(\frac{d\psi}{dy} + \frac{Bh}{G_3}\nabla^2\frac{d\varphi}{dx}\right)_{y=0} = 0. \qquad (14)$$

$$\left(\frac{d^3\varphi}{dy^3} + \frac{d^3\varphi}{dx^2dy}\right)_{y=+0} + \left(\frac{d^3\varphi}{dy^3} + \frac{d^3\varphi}{dx^2dy}\right)_{y=-0} =$$

$$= -\left[\frac{D_p}{D*}\left(1 - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)\frac{d^4\varphi}{dx^4} + \frac{q_0 RF_p}{2D*2\delta}\left(1 - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right]_{y=0};$$

Таким чином, рівняння стійкості буде мати такий же вигляд, як і за умовами дії поздовжньої стискаючої сили [2], але величини f, δ_t, δ_B будуть мати такий вигляд:

$$f = \frac{\alpha_n^2}{2}(\alpha_n^2\gamma - \delta_t m_g); \quad \delta_t = \frac{F_p}{4\delta R}; \quad \delta_b = \frac{E_p}{E_{nm}}\delta_t.$$

Література:

1. Кириченко В.Л., Емельянова Т.А. Дифференциальные уравнения устойчивости пологой трехслойной оболочки с легким заполнителем, подкрепленной ребрами жесткости. «Вестник» Херсонского государственного технического университета, 1999, №3(6).
2. Кириченко В.Л., Ємельянова Т.А. Стійкість тришарової циліндричної оболонки, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості за

умовами поздовжнього стиска. Таврійський науковий вісник, Херсон, вип.14, 2000.
3. Блейх Ф., Мелан Е. Уравнения в конечных разностях статики сооружений. ДНТВУ, научно-техническое издательство Украины, Харьков, 1936.